Schnellübung 4

Mechanik 1 – Kinematik und Statik

Sejohn Uruthiralingam
suruthiralin@ethz.ch

SCAN ME

n.ethz.ch/~suruthiralin

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Zwischenprüfungen („Klausuren“)

- 1. Klausur findet statt am **Do 06.11.2025, Start 18:30**
  - Prüfung 45min; ca. 1.5h einrechnen
- Räume werden noch bekanntgegeben, keine Anmeldung notwendig
- Klausuren sind freiwillig und zählen 30% **verbessernd** (beide Klausuren kombiniert; nicht teilgenommen → Note 1)
- RepetentInnen müssen die Klausuren erneut schreiben, um die Vornote zu bekommen (alte Vornoten können nicht übernommen werden)
- (Zusätzliche) Mittagspräsenzen (12:15-13:00) in der Woche der Prüfung:

Montag 3.11. ML J 34.1	Dienstag 4.11. ML F 40
Mittwoch 5.11. ML J 37.1	Donnerstag 6.11. ML J 34.1

Bmicha: https://n.ethz.ch/~bmicha

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 4

Satz der projizierten Geschwindigkeit (SdpG)

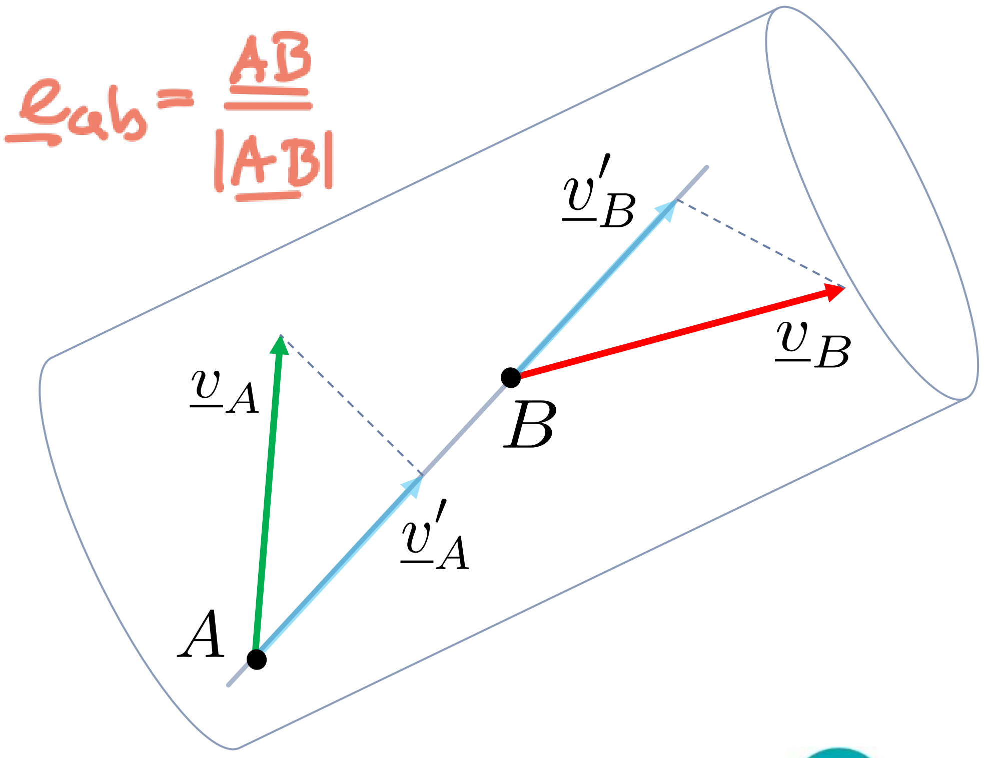
$$\boxed{\underline{v}_A' = \underline{v}_B'}$$

$v_A' = \underline{v}_A \cdot \underline{e}_{ab}$

$v_B' = \underline{v}_B \cdot \underline{e}_{ab}$

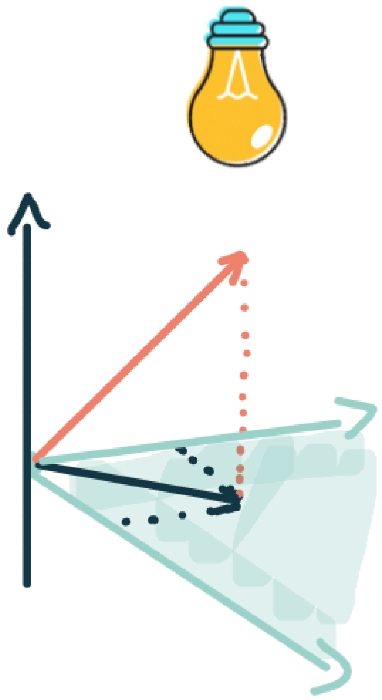
$\underline{e}_{ab} = \frac{\underline{AB}}{|\underline{AB}|}$

Die Projektionen der Geschwindigkeit zweier Punkte eines Starrkörpers auf deren Verbindungsgerade muss immer identisch sein
(Ansonsten handelt es sich um einen deformierbaren Körper → Mechanik 2)

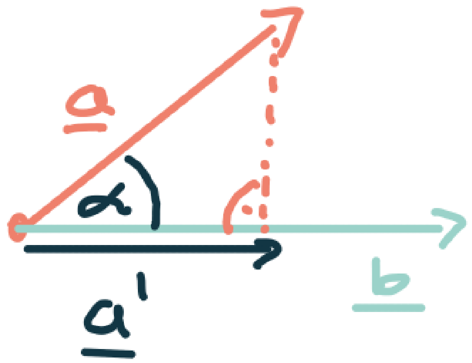


Projektion

(3D)



Mechanik



$$\underline{e}_b = \frac{\underline{b}}{|\underline{b}|}$$

$$\underline{a}' = \underbrace{\overbrace{(\underline{a}\cdot\underline{e}_b)}^{\text{Skalarprodukt}}}_{a'} \cdot \underline{e}_b = |\underline{a}|\cdot\cos(\alpha)\cdot\underline{e}_b$$

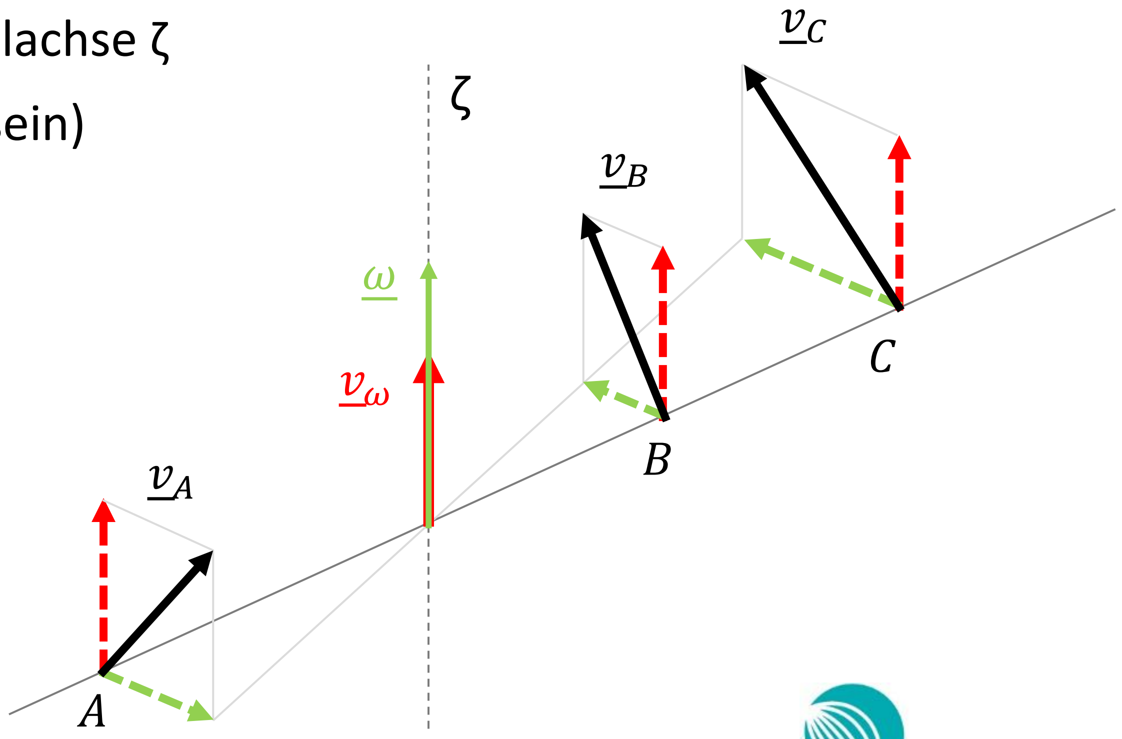
IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 4

Allgemeine Bewegung & Zentralachse

Rotation + Translation

- Allg. Bewegung = Rotation um „translatierte“ Zentralachse ζ
- Momentane Schraube (ζ kann zeitlich veränderlich sein)



IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 4

Kinemate

charakterisiert Bewegungzustand !

- Gültig in *einem Punkt*, z.B. Kinemate in Punkt B:

$$\{\underline{v}_B, \underline{\omega}\}$$

Invarianten

⇒ Def.: Grösse, die bei Eintritt gewisser Veränderung unveränderlich bleibt

- 2 Invarianten; gültig für den *gesamten* Starrkörper

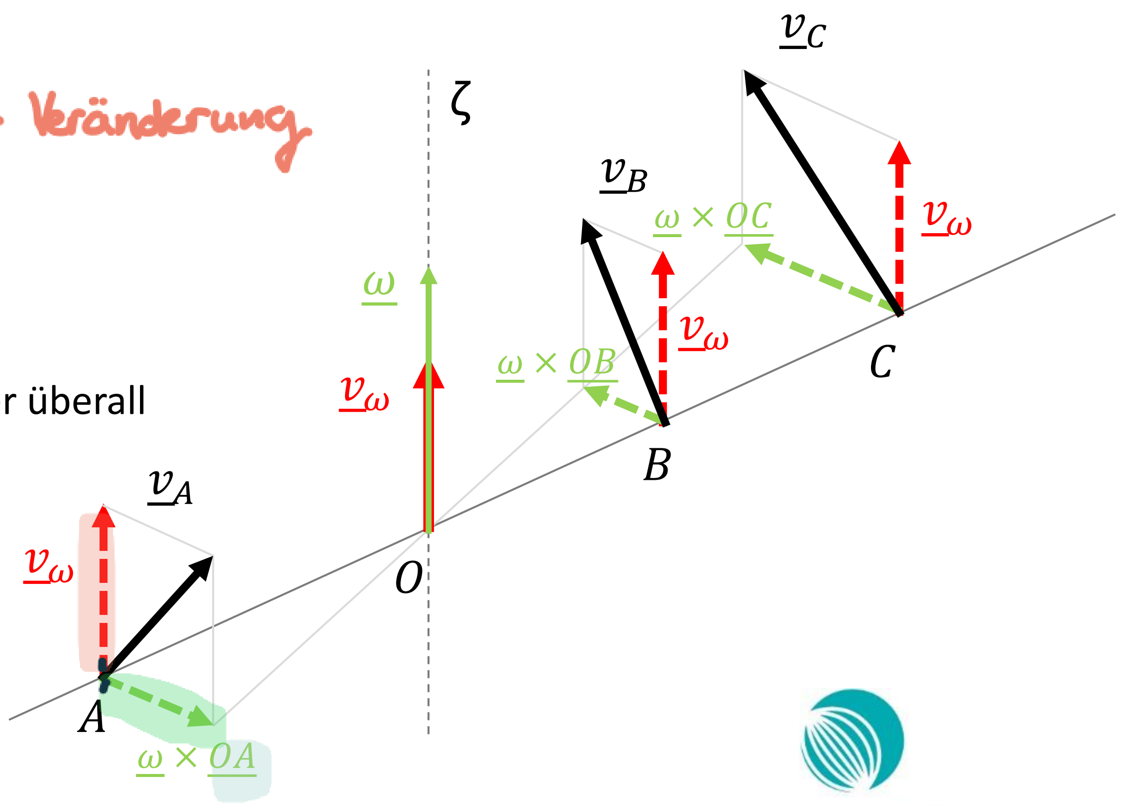
$$\{\underline{v}_\omega, \underline{\omega}\}$$

- 1. Invariante: $\underline{\omega}$ ist hier zum Verständnis auf ζ dargestellt, gilt aber überall

  → Rotationsanteil jedes Punktes resultiert aus $\underline{\omega} \times \underline{r}$

- 2. Invariante: $\underline{v}_\omega$ ist der Translationsanteil jedes Punktes

- Die Geschwindigkeit $\underline{v}$ eines Punktes ergibt sich aus der Kombination von Rotations- und Translationsteil



IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 4

Invarianten berechnen

$$\underline{\omega} = \omega \cdot \underline{e}_\omega \qquad \underline{e}_\omega = \frac{\underline{\omega}}{|\underline{\omega}|}$$

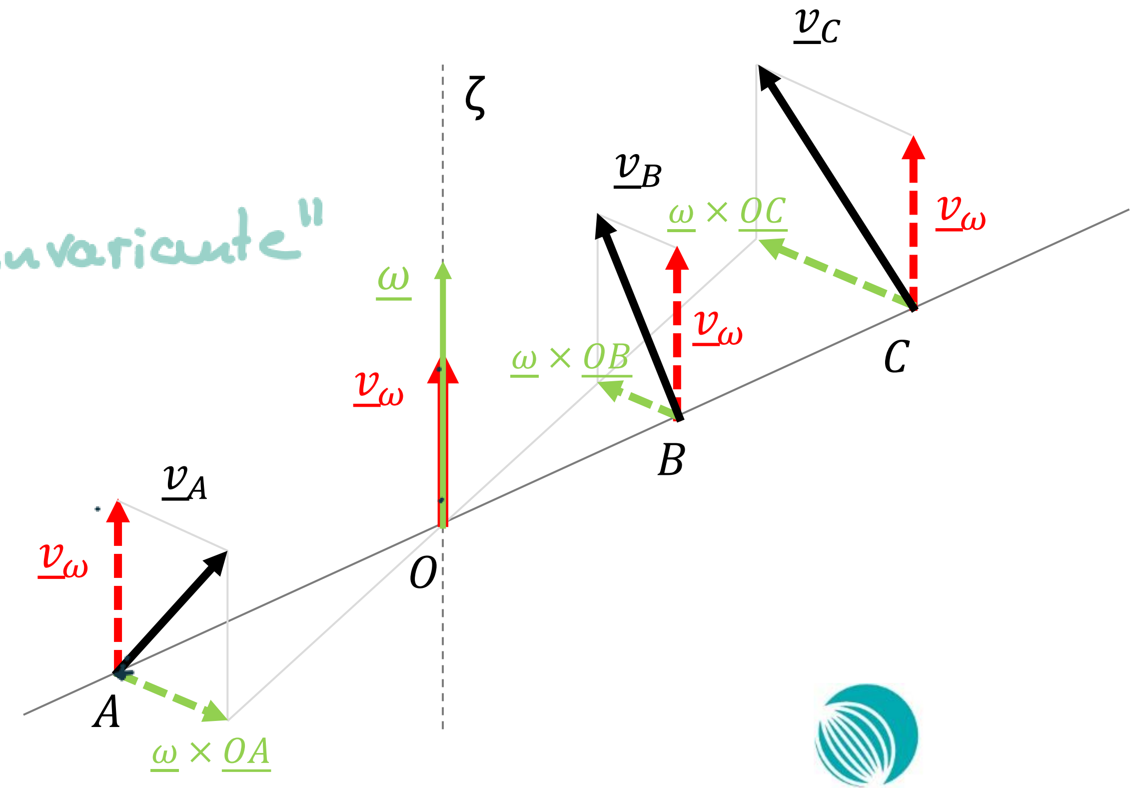
v_w

$$\underline{v}_\omega = (\underline{v}_A \cdot \underline{e}_\omega) \cdot \underline{e}_\omega$$ ⇒ Projektion

Es gilt aus der Starrkörperformel: "Satz der Invariante"

$$\boxed{\underline{v}_A \cdot \underline{\omega} = \underline{v}_B \cdot \underline{\omega}}$$

für alle Punkte A, B im starren Körper



Satz der Invariante

$$\boxed{\underline{v}_A \cdot \underline{\omega} = \underline{v}_B \cdot \underline{\omega}}$$

$$\underline{v}_A \cdot \omega \underline{e}_\omega = \underline{v}_B \cdot \omega \underline{e}_\omega$$

$$\omega \cdot \underbrace{\underline{v}_A \cdot \underline{e}_\omega}_{v_\omega} = \omega \cdot \underbrace{\underline{v}_B \cdot \underline{e}_\omega}_{v_\omega}$$

$$\omega \cdot v_\omega = \omega \cdot v_\omega \qquad \square$$

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 4

Bestimmung der Zentralachse "Kochrezept"

1. Geg.: Beliebiger Punkt B mit bekannter Kinemate $\{\underline{v}_B, \underline{\omega}\}$
2. Invariante $\underline{v}_\omega$ bestimmen: $\underline{v}_\omega = (\underline{v}_B \cdot \underline{e}_\omega) \cdot \underline{e}_\omega$ mit $\underline{e}_\omega = \frac{\underline{\omega}}{|\underline{\omega}|}$
3. Unbekannter Punkt $Z = \begin{pmatrix} z_x \\ z_y \\ z_z \end{pmatrix}$ auf Zentralachse ζ $(\underline{v}_Z = \underline{v}_\omega)$ 3 Unbekannten
4. Starrkörperformel mit beliebigem Punkt B aufstellen: $\underline{v}_Z = \underline{v}_\omega = \underline{v}_B + \underline{\omega} \times \underline{BZ}$
5. Formel nach z_x, z_y, z_z auflösen → meistens bleiben zwei Unbekannte bestehen
6. Für eine der Unbekannten einen Wert wählen (Eine Unbekannte frei wählbar) $= 0$
7. Zweite Unbekannte nun berechnen
8. Zentralachse: $\zeta = \underline{Z} + \lambda \cdot \underline{\omega} = \begin{pmatrix} z_x \\ z_y \\ z_z \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$ mit frei wählbarem Parameter λ

Parametrisierte Darstellung

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Tipps Schnellübung 4

Aufgabe 1

- Definition Gleiten und Rollen (bei Unterlage in Ruhelage):

  Gleiten: $\underline{v}$ parallel oder tangential zur Unterlage

  Rollen: $\underline{v} = \underline{0}$

Tipps Schnellübung 4

Aufgabe 2

- Ermittle ζ analytisch (rechnerisch) und graphisch
- Punkte mit minimaler/maximaler Schnelligkeit:
  ζ visualisieren und minimale/maximale
  Abstände finden

Tipps Hausübung 4

Aufgabe 1

- Keine Tipps

Aufgabe 2

- SdpG
- Skalarprodukt ist 0, falls Vektoren senkrecht zueinander stehen
  → Ebene Rotation: $\underline{v_A} \cdot \underline{\omega} = 0$

Aufgabe 3

- Starrkörperformel zwischen Punkten um Unbekannte zu finden
- Zentralachse

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme