

Schnellübung 6

Mechanik 1 – Kinematik und Statik



Sejohn Uruthiralingam
suruthiralin@ethz.ch



n.ethz.ch/~suruthiralin



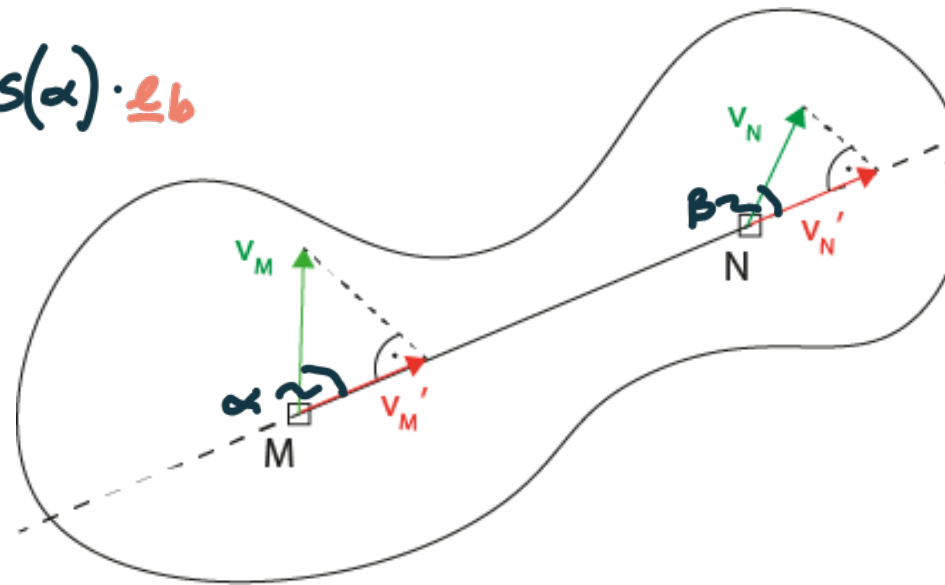
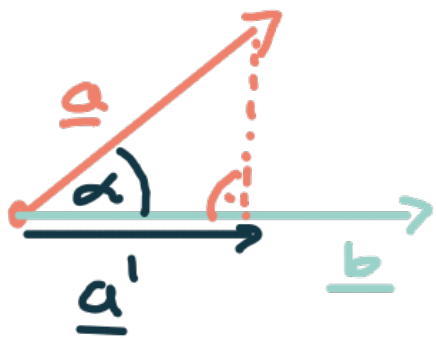
Einführung Schnellübung 6

WH: Satz der projizierten Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeiten $\underline{v}_M, \underline{v}_N$ zweier beliebiger Punkte M und N eines starren Körpers haben zu jedem Zeitpunkt die gleichen Projektionen $\underline{v}'_M = \underline{v}'_N$ auf ihre Verbindungsgerade MN

Skalarprodukt

$$|\underline{a}'| = \underbrace{(\underline{a} \cdot \underline{e}_b)}_{|\underline{a}'|} \cdot \underline{e}_b = |\underline{a}| \cdot \cos(\alpha) \cdot \underline{e}_b$$



$$\underline{v}_M \cdot \underline{MN} = \underline{v}_N \cdot \underline{MN}$$

Für skalare Grösse gilt:

$$v'_M = |\underline{v}_M| \cdot \cos(\alpha)$$

$$v'_N = |\underline{v}_N| \cdot \cos(\beta)$$

$$v'_N = v'_M$$

Beweis, siehe Vorlesung



IMES

Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 6

Ebene Bewegung!

WH: Satz vom Momentanzentrum

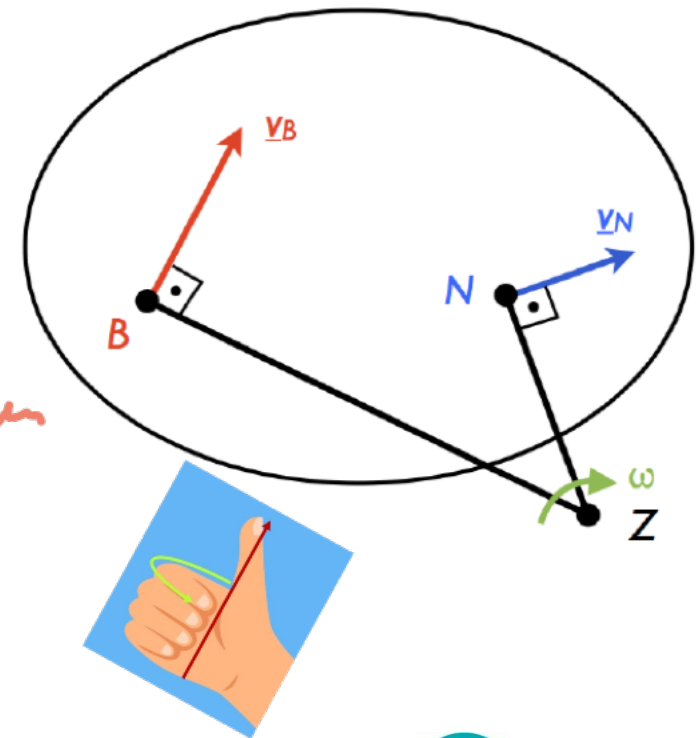
Eine Bewegung mit $\underline{\omega} \neq 0$ in der Ebene beschreibt stets eine momentane Rotation um das Momentanzentrum Z . Bei einer ebenen Bewegung wird die Schnelligkeit folgendermassen berechnet:

$$v_N = \omega \cdot r$$

wobei $r = |\underline{ZN}|$ und $v_Z = 0$

↳ Abstand zum Momentanzentrum

Der Schnittpunkt der Orthogonalen auf die Geschwindigkeitsvektoren entspricht der Position des Momentanzentrums Z



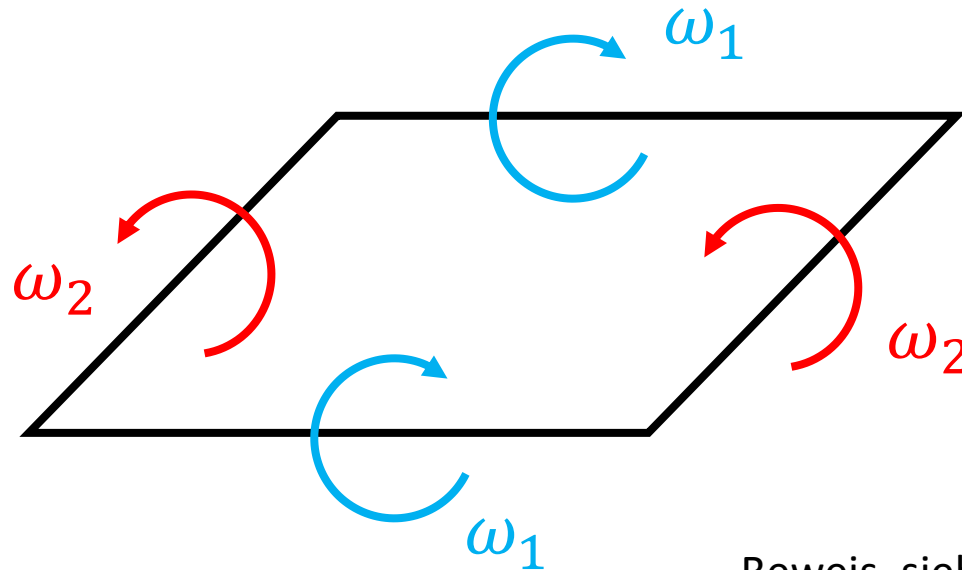
Beweis, siehe Vorlesung

Einführung Schnellübung 6

Parallelogrammregel

In einem Parallelogramm bestehend aus vier gelenkig verbundenen Stäben gilt:

Gegenüberliegende Stäbe haben die gleiche Rotationsgeschwindigkeit (Betrag und Drehsinn)



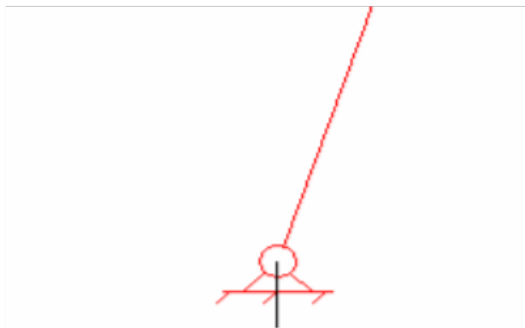
Beweis, siehe Vorlesung

Einführung Schnellübung 6

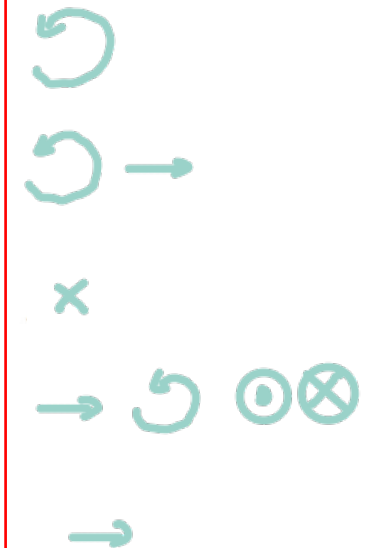
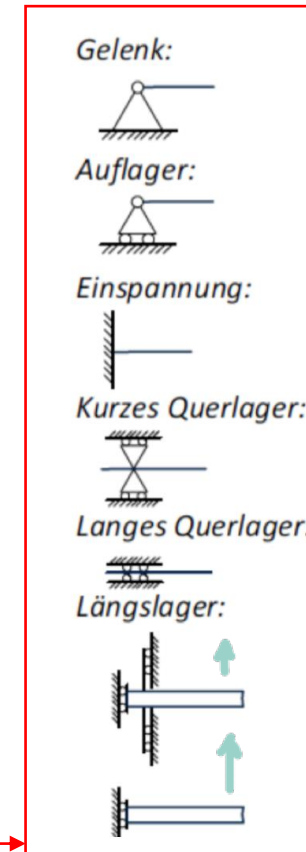
Lagerungen/Bindungen

Lager sind abstrakte Darstellungen zur Charakterisierung von Bauteilverbindungen.

Lager sperren bestimmte Bewegungen. Welche?



Andere Darstellungen möglich →

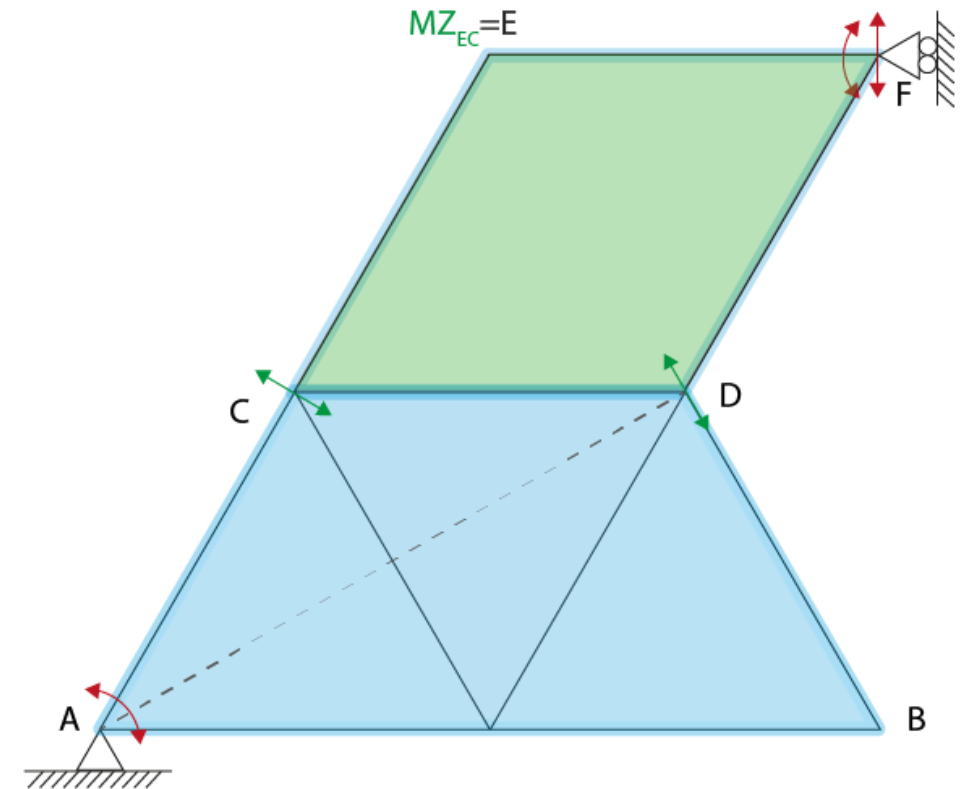


Einführung Schnellübung 6

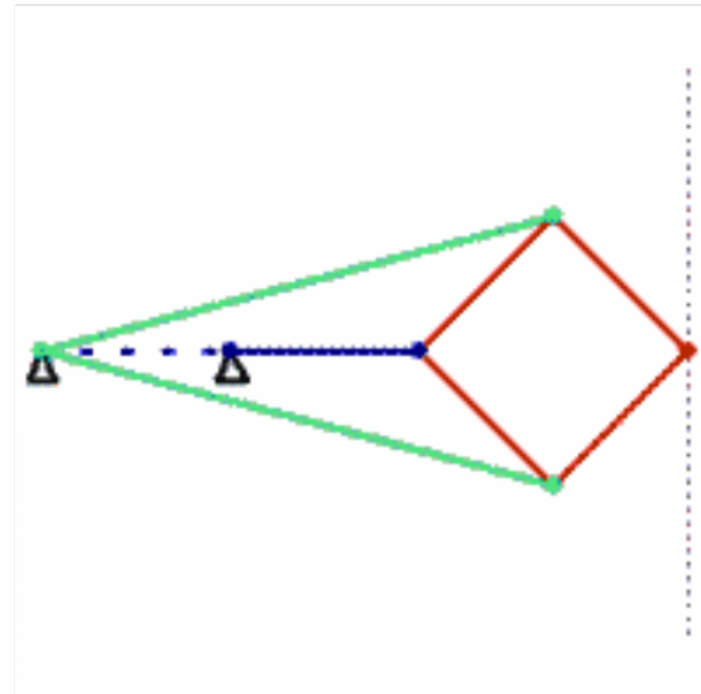
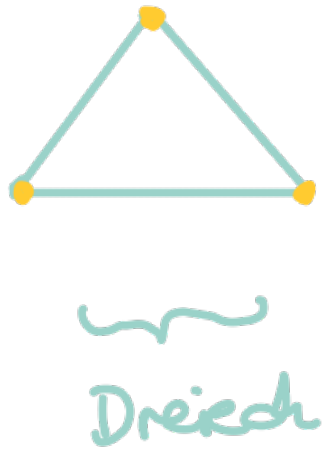
Ebene Fachwerke

Vorgehen:

- 1) **Starre Körper identifizieren**
 - Bereiche, die nur aus Dreiecken bestehen (ABCD)
 - Einzelne starre Stäbe (CE, EF, DF)
 - Andere starre Körper
- 2) **Identifikation der Lagerung**
 - Festlager, wie in A: Drehbar
 - Auflager, wie in F: Drehbar und entlang Auflagefläche verschiebbar
- 3) ω_i und MZ_i aller Starrkörper finden
 - Satz vom Momentanzentrum $v = \omega \cdot r$
 - Satz der projizierten Geschwindigkeiten (SdpG)
 - Parallelogrammregel ($\omega_{DF} = \omega_{CE}$, $\omega_{CD} = \omega_{EF}$)



Fachwerke und starrer Körper



Einführung Schnellübung 6

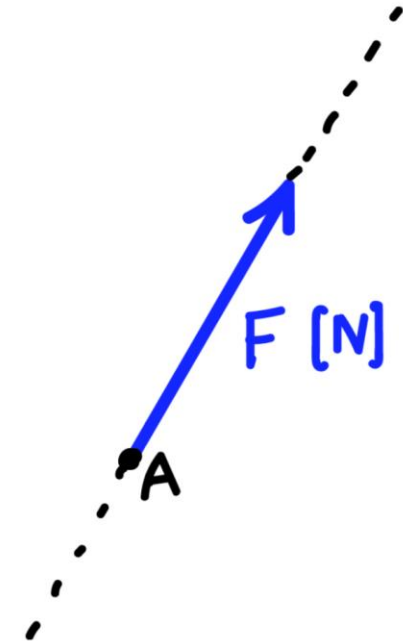
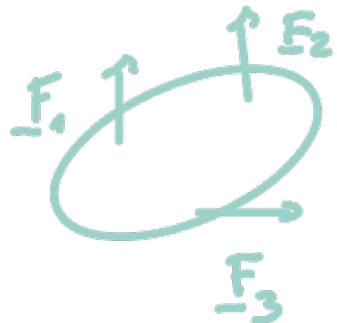
Kraft



*Wechselwirkung zw. materiellen Systemen
führt zur Veränderung von \underline{v}*

Charakterisiert durch:

- Angriffspunkt A
- Richtung
- Betrag (in Newton [N])



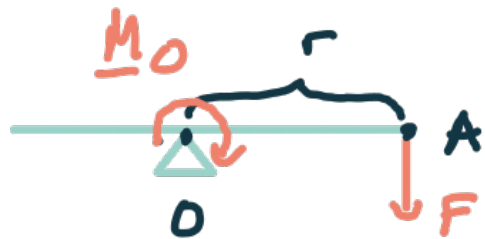
Einführung Schnellübung 6

Moment

- Definition: $\underline{M}_O = \underline{OA} \times \underline{F} = \underline{F} \times \underline{AO}$

Punkt, wo wir das Moment berechnen wollen

- Das Moment einer Kraft wird verwendet, um die Leistung der Kraft bei einer Rotation zu berechnen.



- Kraft · Hebelarm

Einführung Schnellübung 6

Leistung

Leistung einer Kraft

$$P = \underline{F} \cdot \underline{v}$$

Leistung einer Kräftegruppe bei einer Starrkörperbewegung

$$P = \sum_i \underline{F}_i \cdot \underline{v}_i$$

oder

$$P = \underline{R} \cdot \underline{v}_O + \underline{M}_O \cdot \underline{\omega}$$

\underline{R} : Resultierende der Kräftegruppe

$$\underline{R} = \sum_i \underline{F}_i$$

\underline{M}_O : Moment der Kräftegruppe bezüglich Punkt O

$$\underline{M}_O = \sum_i \underline{OA}_i \times \underline{F}_i$$



Tipps Schnellübung 6

Aufgabe 1

Hinweis: Kein ideales Fachwerk

Das Gelenk E liegt auf Stab OB und Stab AC (Prinzip einer Schere)

Einfacher, wenn komponentenweise berechnet ($v_{D,x}$ und $v_{D,y}$)



Tipps Schnellübung 6

Aufgabe 2

Siehe Definition für Gesamtleistung

Empfehlung: Verwendung von folgender Formel:

$$P = \sum_i \underline{F}_i \cdot \underline{v}_i$$

Tipps Schnellübung 6

Aufgabe 3

Wie bewegt sich Punkt A?



Tipps Hausübung 6

Aufgabe 1

Hinweis in Aufgabe:

SdpG und/oder Satz vom Momentanzentrum anwenden

Aufgabe 2

Siehe Kolloquium