Schnellübung 7

Mechanik 1 – Kinematik und Statik

Sejohn Uruthiralingam

SCAN ME

suruthiralin@ethz.ch
suruthiralin-web.ethz.ch

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

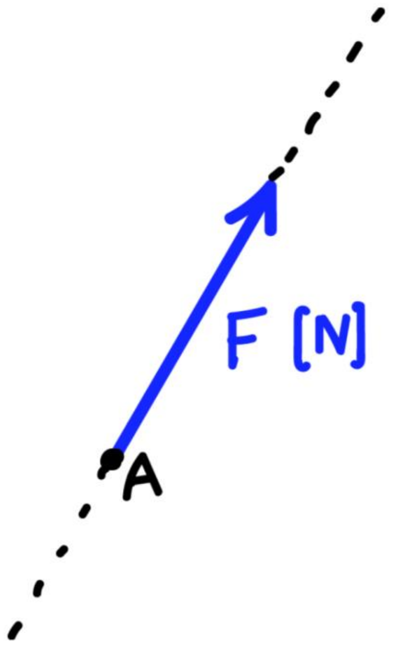
Einführung Schnellübung 7

WH: Kraft

Wechselwirkung zw. materiellen Systemen
führt zur Veränderung von $\underline{v}$

Charakterisiert durch:

- Angriffspunkt A
- Richtung
- Betrag (in Newton [N])
- Wirkungslinie: Gerade durch A parallel zum Vektor
  → **Verschiebungssatz**



Verschiebungssatz: Die Kraft $\underline{F}$ kann entlang ihrer Wirkungslinie beliebig verschoben werden, ohne dass sich das Moment der Kraft bezüglich eines beliebigen Punktes verändert.

Einführung Schnellübung 7

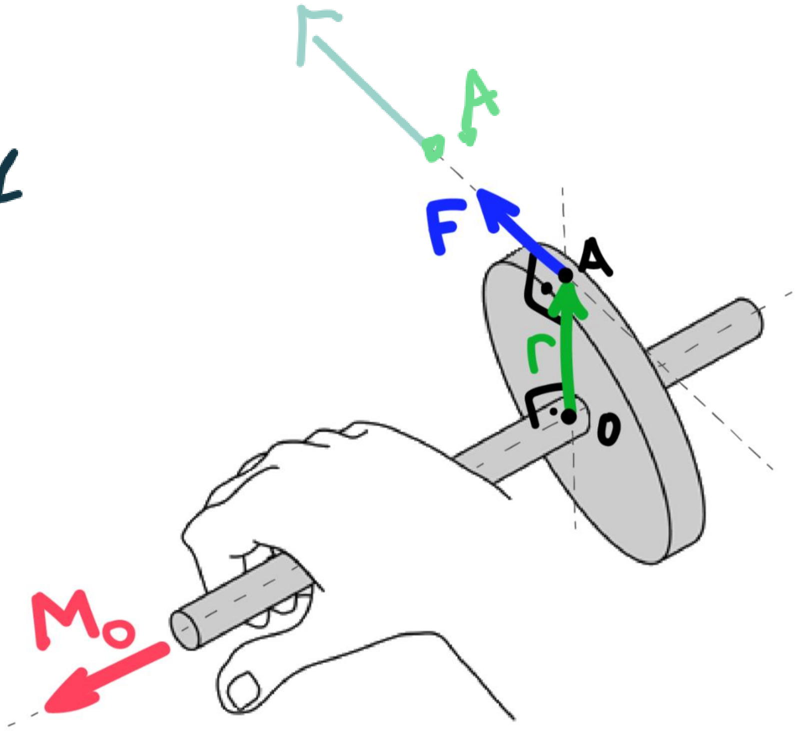
Moment

Angriffspunkt der Kraft

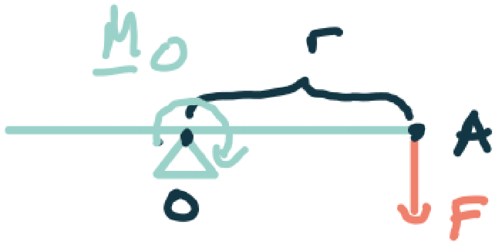
- Definition: $\underline{\mathbf{M}}_O = \underline{OA} \times \underline{\mathbf{F}} = \underline{\mathbf{F}} \times \underline{AO}$

Punkt, wo wir das Moment berechnen wollen

- Hilfsmittel zur Berechnung:
  1. F entlang Wirkungslinie verschieben bis $F \perp r \perp M_O$
  2. Moment mit $M_O = F \cdot r$ berechnen
  3. Richtung aus Rechte-Hand-Regel



– Kraft · Hebelarm



IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 7

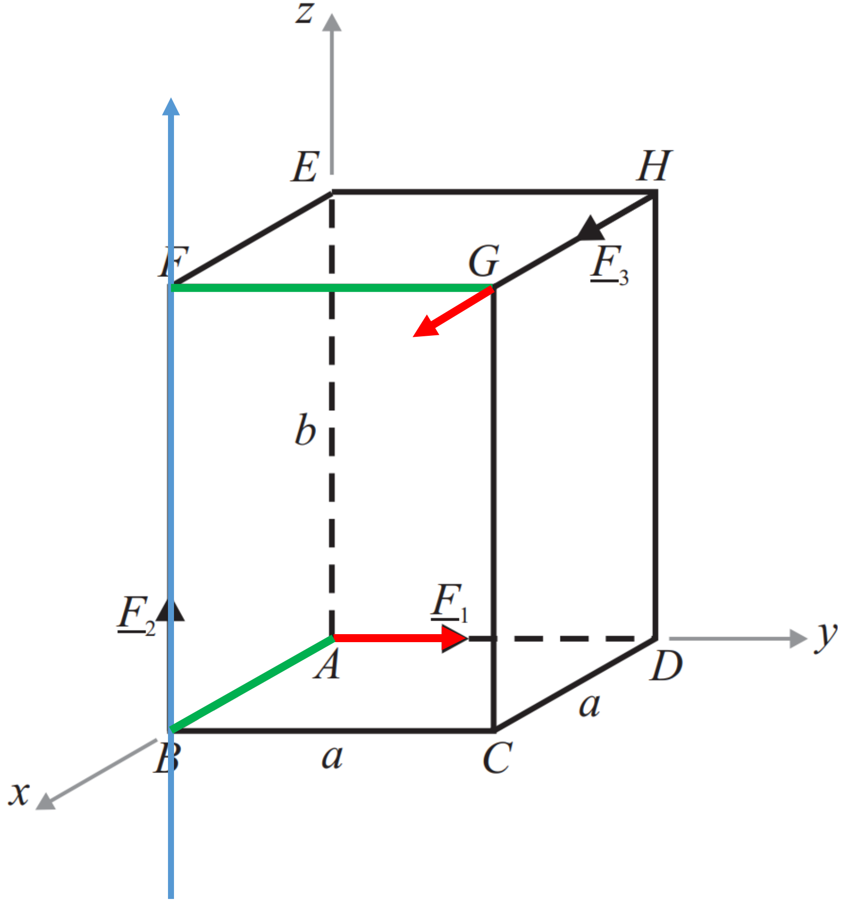
WH: Moment

Angriffspunkt der Kraft

- Definition: $\underline{\mathbf{M}}_O = \underline{OA} \times \underline{\mathbf{F}} = \underline{\mathbf{F}} \times \underline{AO}$

Punkt, wo wir das Moment bere n wollen

- Hilfsmittel zur Berechnung:
  1. F entlang Wirkungslinie verschieben bis F ⊥ r ⊥ M_O
  2. Moment mit $M_O = F \cdot r$ berechnen
  3. Richtung aus Rechte-Hand-Regel



IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

$\underline{M}_C = \sum \underline{C P_i} \times F_i$ ⇒ Rechte Handregel ⇒ Abstand · Kraft

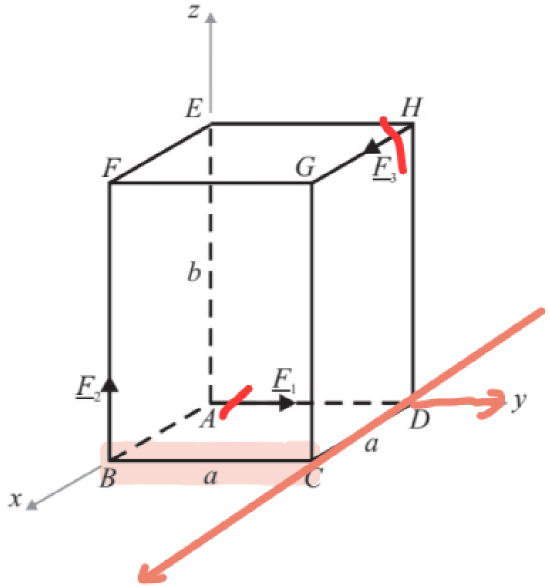
$$\underline{M}_C = \begin{pmatrix} M_{Cx} \\ M_{Cy} \\ M_{Cz} \end{pmatrix}$$

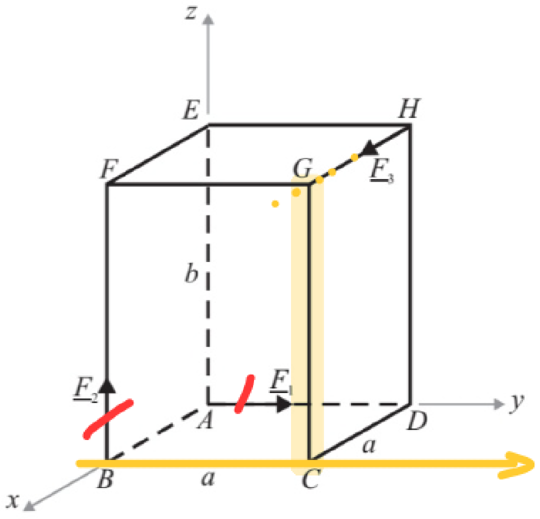
$\Rightarrow M_{Cx} = -a \cdot F$

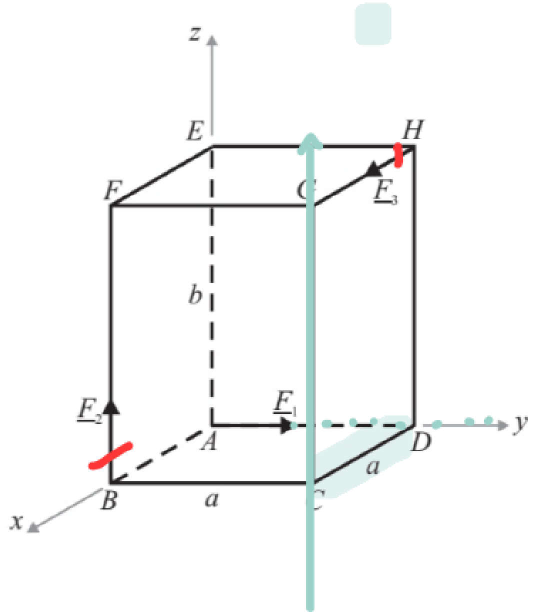
$\Rightarrow M_{Cy} = b \cdot F$

$\Rightarrow M_{Cz} = -a \cdot F$

$$\underline{M}_C = \begin{pmatrix} -aF \\ bF \\ -aF \end{pmatrix}$$







IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 7

Dyname der Kräftegruppe $\{A_i|\underline{\mathbf{F}}_i\}$

- Resultierende $\quad \underline{\mathbf{R}} = \sum_i \underline{\mathbf{F}}_i$

$$\left\{\begin{aligned} R_x &= \sum F_{ix} \\ R_y &= \sum F_{iy} \\ R_z &= \sum F_{iz} \end{aligned}\right.$$

- Moment einer Kräftegruppe (in Punkt B) $\quad \underline{\mathbf{M}}_B = \sum_i \underline{\mathbf{F}}_i \times \underline{A_i B}$

→ **Dyname in beliebigem Punkt B:** $\{\underline{\mathbf{R}}, \underline{\mathbf{M}}_B\}$

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 7

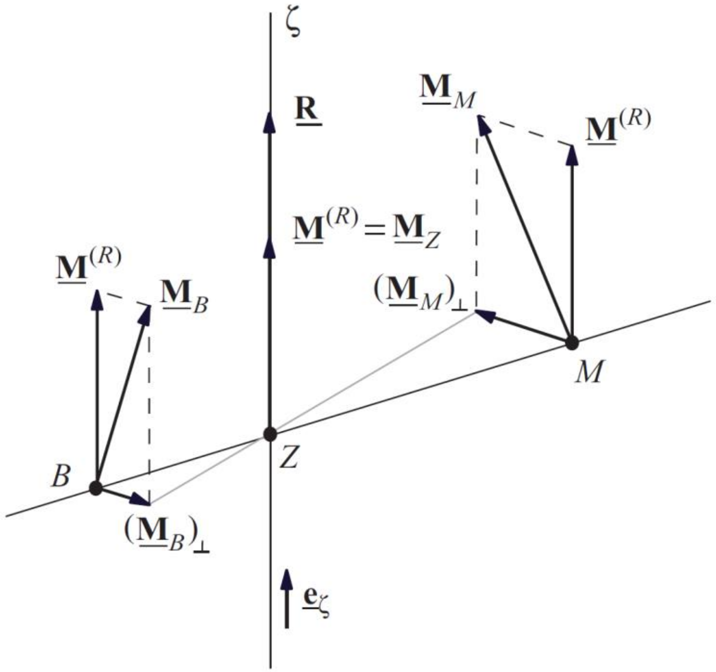
Vergleich Statik & Kinematik

$\{\underline{R}, \underline{M}_B\}$		$\{\underline{\omega}, \underline{v}_B\}$
$\underline{R}$	1. Invariante	$\underline{\omega}$
$\underline{M}_B$	Punktgebundener Vektor	$\underline{v}_B$
$\boxed{\underline{M}_A = \underline{M}_B + \underline{R} \times \underline{BA}}$		$\underline{v}_A = \underline{v}_B + \underline{\omega} \times \underline{BA}$
$\{\underline{R}, \underline{M}^{(R)}\}$	auf ζ, Zentralachse	$\{\underline{\omega}, \underline{v}_\omega\}$

$$\underbrace{\underline{M}^{(R)} \quad \ldots \quad \underline{v}_\omega}_{\text{2. Invariante}}$$

$M^R = \underline{M}_B \cdot \underline{e}_R$

$v_\omega = \underline{v}_B \cdot \underline{e}_\omega$



IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Einführung Schnellübung 7

Reduktionssatz

Eine Kräftegruppe $\{A_i|\underline{\mathbf{F}}_i\}$ lässt sich immer reduzieren auf ihre Dyname $\{\underline{\mathbf{R}}, \underline{\mathbf{M}}_B\}$ in einem beliebigen Punkt B.

Sonderfälle

1) Reduktion einer Kräftegruppe mit $\underline{\mathbf{R}} \neq \underline{\mathbf{0}}$ auf eine Einzelkraft $\underline{\mathbf{R}}$ auf Zentralachse ζ

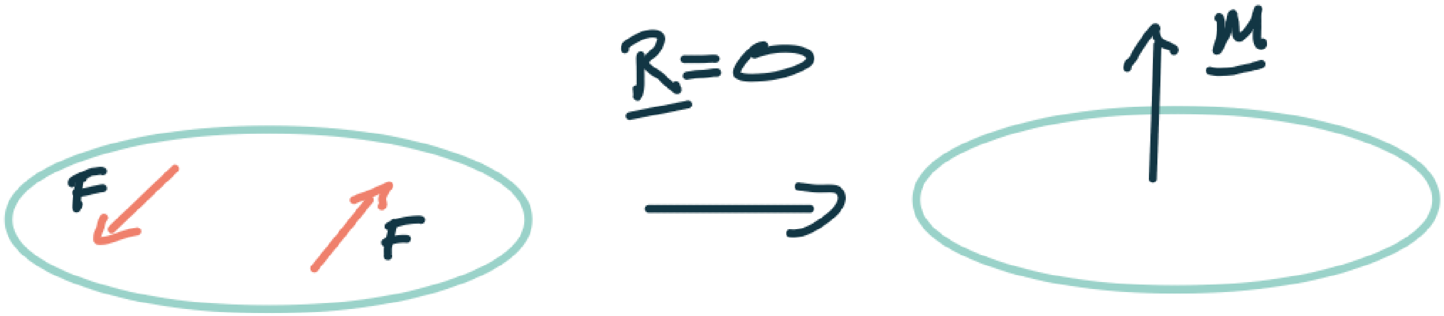
   Nur möglich, falls $\underline{\mathbf{M}}^{(R)} = \underline{0}$ → $\underline{\mathbf{R}} \cdot \underline{\mathbf{M}}_B = 0$. Dies gilt in folgenden Fällen:

   - $\underline{\mathbf{M}}_B = \underline{0}$ → $B \in \zeta$
   - $\underline{\mathbf{M}}_B \perp \underline{\mathbf{R}}$ (Parallele Kräfte oder ebenes Problem → Fachwerk)

2) Reduktion einer Kräftegruppe mit $\underline{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{0}}$ auf ein Kräftepaar $\underline{\mathbf{M}} = \underline{\mathbf{M}}_B$ (unabhängig von Bezugspunkt)

Sonderfall 1: Eine Einzelkraft

Sonderfall 2: Kräftepaar



Einführung Schnellübung 7

Kräftegleichgewicht

Kräftegruppe in Gleichgewicht

→ Gleichgewichtsbedingungen (GGB):

$$\sum_i \mathbf{F}_i = 0 \qquad \sum_i \underline{\mathbf{M}}_{B\,i} = 0$$

2D: 2**F** & 1**M**
3D: 3**F** & 3**M**

⇒ 3 Gl.

⇒ 6 Gl.

$\Sigma F_x = 0$ $\qquad$ $\Sigma M_B^x = 0$

$\Sigma F_y = 0$ $\qquad$ $\Sigma M_B^y = 0$

$\Sigma F_z = 0$ $\qquad$ $\Sigma M_B^z = 0$

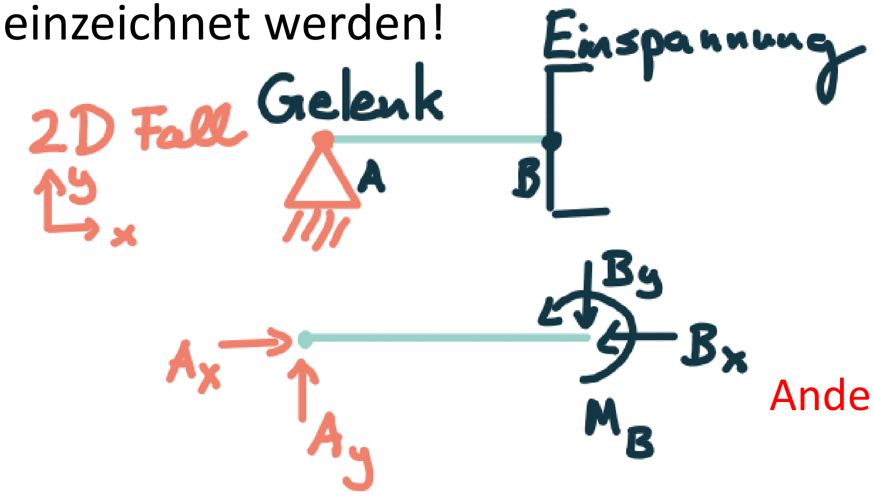
Einführung Schnellübung 7

Lagerungen/Bindungen

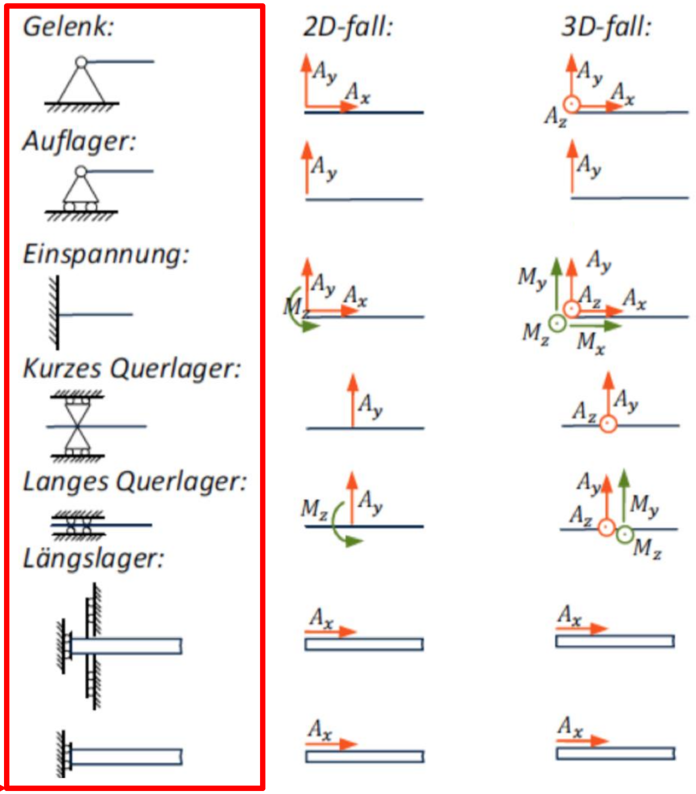
Ein Lager bewirkt Kräfte/Momente in die Richtung,

in welche es die Bewegung sperrt.

Wichtig: Lager und Lagerkräfte dürfen nicht in die gleiche Skizze einzeichnet werden!



Andere Darstellungen möglich



IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Tipps Schnellübung 7

Aufgabe 1:

1. «Reduktion auf Einzelkraft» → Reduktionssatz
2. **Frage**: Muss der gesuchte Punkt im Körper sein?

Tipps Schnellübung 7

Aufgabe 2:

- GGB aufstellen (intelligente Wahl des Punktes vereinfacht Rechenaufwand)

Tipps Schnellübung 7

Aufgabe 3:

- Zuerst gut die Skizze studieren

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme

Tipps Hausübung 7

Aufgabe 1:

- Gleichung für Leistung in B mit Hilfe von allgemeiner Bewegungsgleichung
- Welche Vektoren sind parallel/senkrecht und was heisst das für ihr Skalar-/Kreuzprodukt?

Aufgabe 2:

- Verschiebungssatz: Kräfte können entlang ihrer Wirkungslinie verschoben werden

Aufgabe 3:

- Leistung auf zwei Varianten berechnen:
  - Komponentenweise vektoriell
  - Dyname der Kräftegruppe in einem Punkt bestimmen, daraus Leistung berechnen

IMES
Institute for Mechanical Systems
Institut für Mechanische Systeme